



مدل سازی و روش های حل مسائل برنامه ریزی عدد صحیح

تألیف و گردآوری

کامران کیانفر

عضو هیئت علمی دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان

رضا بهمنش

عضو هیئت علمی دانشکده فنی و مهندسی، موسسه آموزش عالی نقش جهان

حمیدرضا ابراهیمی

کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان



- سرشناسه : کیانفر، کامران، ۱۳۶۳
- عنوان و نام پدیدآور : مدل سازی و روش های حل مسائل برنامه ریزی عدد صحیح / تألیف و گردآوری کامران کیانفر، رضا بهمنش، حمیدرضا ابراهیمی
- مشخصات نشر : اصفهان: دانشگاه اصفهان، ۱۴۰۵
- مشخصات ظاهری : ۵۸۳ص: جدول، نمودار(رنگی)
- فروست : انتشارات دانشگاه اصفهان؛ ۸۰۷.
- شابک : 978-600-110-277-6
- وضعیت فهرست نویسی : فیپا
- موضوع : برنامه ریزی اعداد صحیح
Integer programming
برنامه ریزی خطی -- راهنمای آموزشی (عالی)
Linear programming -- Study and teaching (Higher)
برنامه ریزی خطی -- مسائل، تمرین ها و غیره. (عالی)
Linear programming -- Problems, exercises, etc. (Higher)
- شناسه افزوده : بهمنش، رضا، ۱۳۵۷-
- شناسه افزوده : ابراهیمی، حمیدرضا، ۱۳۷۲-
- شناسه افزوده : دانشگاه اصفهان
- شناسه افزوده : University of Isfahan
- رده بندی کنگره : T ۵۷/۷۴
- رده بندی دیوئی : ۵۱۹/۷۷
- شماره کتابشناسی ملی : ۱۰۶۳۶۱۵۸

عنوان کتاب: مدل سازی و روش های حل مسائل برنامه ریزی عدد صحیح
تألیف و گردآوری: کامران کیانفر، رضا بهمنش، حمیدرضا ابراهیمی
ویراستار ادبی: کامران شهبازی
ناظر فنی: رضا نیکبخت
ناشر: دانشگاه اصفهان
نوبت چاپ: اول، پاییز، ۱۴۰۵
شمارگان: ۱۰۰۰
چاپ و صحافی: دانشگاه اصفهان
قیمت: ۱۸/۰۰۰/۰۰۰ ریال



تمامی حقوق نشر برای ناشر محفوظ است

مراکز فروش کتاب

اصفهان: دانشگاه اصفهان، چاپخانه دانشگاه، تلفن: ۰۳۱-۳۷۹۳۲۱۸۵ و ۰۳۱-۳۷۹۳۲۰۹۲
پُست الکترونیکی: press@res.ui.ac.ir فروش الکترونیکی کتاب: <https://press.ui.ac.ir>
- میدان آزادی، خیابان دانشگاه، فروشگاه کتاب دانشگاه اصفهان تلفن: ۰۳۱-۳۷۹۳۲۰۶۸
تهران: میدان انقلاب، خیابان شهید لبافی نژاد، بین ۱۲ فروردین و اردیبهشت، پلاک ۲۳۸
مؤسسه کتابیران، مرکز پخش کتاب های دانشگاهی، تلفن: ۰۲۱-۶۶۴۹۴۴۰۹ و ۰۲۱-۶۶۴۱۱۷۳ - ۰۲۱

پیشگفتار

کمبود کتاب‌های درسی و تخصصی در حوزه برنامه‌ریزی عددصحیح، ما را بر آن داشت که به تألیف این اثر مبادرت نماییم. در این کتاب تلاش شده است تا مجموعه‌ای کامل از انواع مدل‌سازی‌ها، تکنیک‌های حل و نرم‌افزارهای حل مسائل برنامه‌ریزی عددصحیح گردآوری شود. تدریس این کتاب به‌عنوان مرجع درس برنامه‌ریزی عددصحیح برای دوره‌های تخصصی در مهندسی صنایع، مدیریت صنعتی، رشته‌های فنی، رشته ریاضیات و اقتصاد توصیه می‌شود.

این کتاب شامل ۱۲ فصل است. در فصل اول، مفاهیم پایه‌ای برای درک بهتر کتاب مطرح شده‌اند. در فصل‌های دوم تا چهارم، به‌ترتیب انواع مدل‌سازی‌ها برای مسائل برنامه‌ریزی عددصحیح، روش‌های خطی‌سازی و تکنیک‌های افزایش کارایی این نوع مدل‌ها بررسی می‌شوند. در فصل‌های پنجم تا نهم، انواع روش‌های متداول در حل مسائل برنامه‌ریزی عددصحیح، از جمله روش‌های شاخه‌وکران، روش صفحات برشی، روش برنامه‌ریزی پویا، روش شاخه‌وبرش و روش تولید ستون تشریح می‌شوند. مدل‌های برنامه‌ریزی محدودیتی، یکی دیگر از ابزارهای کاربردی در حل مسائل عددصحیح است که در فصل دهم به‌همراه مثال‌های مربوطه آمده است. فصل یازدهم نیز به نظریه پیچیدگی محاسباتی و انواع الگوریتم‌های تقریب اختصاص یافته است. در آخرین فصل کتاب، مقدمه‌ای بر برنامه‌نویسی مسائل بهینه‌سازی با اعداد صحیح در شش نرم‌افزار کاربردی ارائه شده است. در طراحی فصول کتاب سعی شده است که مباحث به‌تدریج از ساده و مقدماتی به سمت موضوعات پیچیده‌تر ارائه گردد تا مطالعه کتاب برای خوانندگان تا جای ممکن تسهیل شود. بنابراین، فصول اولیه کتاب برای دانشجویان در مقطع کارشناسی و فصول انتهایی برای مقاطع تحصیلات تکمیلی مناسب

است.

در هر فصل از کتاب، کوشش شده که مفاهیم و کاربردهای موضوع مدنظر با مثال‌های متعدد تشریح شود. در انتهای هر فصل نیز تمرین‌هایی آورده شده که پاسخ به آن‌ها برای دانشجویان به منظور تسلط بیشتر بر مفاهیم مفید است. کتاب حاضر به نحوی تدوین شده که به عنوان منبعی جامع برای درس برنامه‌ریزی عدد صحیح استفاده شود و همچنین پاسخگوی سؤال‌های مدیران، مهندسين و کارشناسان در حوزه بهینه‌سازی و برنامه‌ریزی ریاضی باشد. امید است تلاش مؤلفان بتواند تا حدودی مشکل دسترسی نداشتن به منابع جامع در حیطه برنامه‌ریزی عدد صحیح را رفع نماید. در پایان، از تمامی همکاران و دانشجویان ارجمندی که با تشویق‌ها و راهنمایی‌های خود مؤلفان را در گردآوری این اثر یاری دادند، صمیمانه سپاسگزاری می‌کنم.

کامران کیانفر

رضا بهمنش

حمیدرضا ابراهیمی

انتشارات دانشگاه اصفهان

فهرست مطالب

فصل اول: مروری بر مفاهیم پایه	۱
۱-۱ مقدمه	۱
۲-۱ تحقیق در عملیات	۲
۱-۲-۱ تاریخچه تحقیق در عملیات	۲
۲-۲-۱ انواع مسائل تحقیق در عملیات	۳
۳-۲-۱ برنامه‌ریزی ریاضی	۴
۴-۲-۱ برنامه‌ریزی محدودیتی	۵
۵-۲-۱ گام‌های مدل‌سازی	۵
۳-۱ مروری بر مفاهیم ریاضی	۶
۱-۳-۱ ماتریس و بردار	۷
۲-۳-۱ فضای اقلیدسی	۱۱
۳-۳-۱ روش گاوس - جردن برای حل دستگاه معادلات خطی	۱۲
۴-۳-۱ ترکیب‌های خطی و محدب	۱۴
۵-۳-۱ استقلال و وابستگی خطی	۱۵
۶-۳-۱ رتبه ماتریس	۱۶
۷-۳-۱ تعیین استقلال یا وابستگی با روش گاوس- جردن	۱۸
۸-۳-۱ دترمینان ماتریس	۱۸
۹-۳-۱ معکوس ماتریس	۱۹
۱۰-۳-۱ مشتق و گرادیان	۲۱
۱۱-۳-۱ مفاهیم هندسی	۲۲
۴-۱ مقدمه‌ای بر برنامه‌ریزی عدد صحیح	۲۷
۵-۱ نمادهای ریاضی به‌کاررفته	۲۹
۶-۱ تمرین‌های فصل اول	۲۹
فصل دوم: مدل‌های کلاسیک برنامه‌ریزی عدد صحیح	۳۳
۱-۲ مقدمه	۳۳
۲-۲ مسئله پوشش مجموعه‌ها	۳۳
۳-۲ مسائل برش	۳۵
۱-۳-۲ مسئله برش یک‌بعدی	۳۷
۲-۳-۲ مسئله برش دوبعدی	۳۸

- ۴-۲ مسئله فروشنده دوره گرد ۳۹
- ۴-۲-۱ اهمیت و جایگاه مسئله فروشنده دوره گرد ۳۹
- ۴-۲-۲ تبدیل مسائل به TSP ۴۰
- ۴-۲-۲-۱ کوتاه ترین مسیر همیلتونی ۴۱
- ۴-۲-۲-۲ TSP با امکان ملاقات مجدد شهر ۴۳
- ۴-۲-۳ مسئله TSP چندگانه ۴۴
- ۴-۲-۴ TSP خوشه بندی شده ۴۶
- ۴-۲-۳ مدل سازی مسئله TSP نامتقارن ۴۶
- ۴-۲-۳-۱ حذف زیرتور با محدودیت های DFJ ۴۸
- ۴-۲-۳-۲ حذف زیرتور با محدودیت های MTZ ۴۹
- ۴-۲-۲ فرمول بندی TSP متقارن ۵۰
- ۵-۲ مسئله مسیریابی وسیله نقلیه ۵۳
- ۶-۲ مسائل انتخاب پوژ ۵۶
- ۶-۲-۱ مسئله کوله پشنی ۵۷
- ۶-۲-۲ مسئله بودجه بندی سرمایه ۵۹
- ۷-۲ مسائل برنامه ریزی تولید ۵۹
- ۷-۲-۱ اندازه انباشته نامحدود ۶۰
- ۷-۲-۲ اندازه انباشته محدود ۶۱
- ۸-۲ مسائل زمان بندی نیروی کار تمام وقت و پاره وقت ۶۴
- ۸-۲-۱ زمان بندی نیروی کار تمام وقت ۶۴
- ۸-۲-۲ زمان بندی نیروی کار پاره وقت ۶۶
- ۹-۲ مسائل زمان بندی تک ماشین ۶۷
- ۱۰-۲ کاربردهای مدل های برنامه ریزی عدد صحیح ۷۱
- ۱۰-۲-۱ انواع مسائل توالی عملیات ماشین ۷۱
- ۱۰-۲-۲ مسائل توالی عملیات در صنعت الکترونیک ۷۳
- ۱۰-۳ مسئله مسیریابی وسیله نقلیه در تحویل و توزیع ۷۳
- ۱۱-۲ تمرین های فصل دوم ۷۴
- فصل سوم: خطی سازی روابط غیر خطی ۸۱
- ۱-۳ مقدمه ۸۱
- ۲-۳ تبدیل متغیرهای عدد صحیح به باینری ۸۱
- ۳-۳ تبدیل توابع خطی قطعه ای ۸۲
- ۴-۳ خطی سازی ضرب متغیرهای باینری ۸۷
- ۵-۳ خطی سازی ضرب متغیر باینری در پیوسته ۸۷
- ۶-۳ سایر حالت های ضرب دو متغیر ۸۷
- ۷-۳ مدل سازی محدودیت های غیرهمزمان ۸۹

۹۰.....	۳-۷-۱ محدودیت‌های «این یا آن»
۹۰.....	۳-۷-۲ برقراری p محدودیت از بین k محدودیت
۹۲.....	۳-۸ خطی‌سازی تابع هدف کسری
۹۳.....	۳-۹ خطی‌سازی تابع قدرمطلق
۹۴.....	۳-۹-۱ قدرمطلق در تابع هدف کمینه‌سازی
۹۴.....	۳-۹-۲ قدرمطلق در تابع هدف بیشینه‌سازی
۹۴.....	۳-۹-۳ قدرمطلق در سمت چپ محدودیت
۹۴.....	۳-۹-۴ قدرمطلق در سمت راست محدودیت
۹۵.....	۳-۱۰ خطی‌سازی عملگر مجموع با کران متغیر
۹۶.....	۳-۱۱ برنامه‌ریزی خطی متوالی
۱۰۰.....	۳-۱۲ خطی‌سازی ضرب دو متغیر به روش مک‌کورمیک
۱۰۳.....	۳-۱۳ تمرین‌های فصل سوم
۱۰۷.....	فصل چهارم: افزایش کارایی مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح
۱۰۷.....	۴-۱ مقدمه
۱۰۷.....	۴-۲ در مدل‌های برنامه‌ریزی خطی
۱۰۸.....	۴-۳ در مدل‌های عدد صحیح
۱۰۹.....	۴-۳-۱ تعداد متغیرها در یک مدل IP
۱۱۱.....	۴-۳-۲ تعداد محدودیت‌ها در یک مدل IP
۱۱۸.....	۴-۴ پیش‌پردازش‌های مدل‌های ریاضی
۱۲۰.....	۴-۵ کاهش دامنه متغیرها
۱۲۰.....	۴-۵-۱ حدود در متغیرهای پیوسته
۱۲۱.....	۴-۵-۲ حدود در متغیرهای عمومی صحیح
۱۲۳.....	۴-۵-۳ حدود در متغیرهای باینری
۱۲۵.....	۴-۵-۴ تثبیت متغیرها، حذف محدودیت‌های زائد و تعیین امکان‌ناپذیری
۱۲۷.....	۴-۶ پیش‌پردازش‌های مخصوص مدل‌های باینری محض
۱۲۷.....	۴-۶-۱ تثبیت متغیرهای باینری
۱۲۹.....	۴-۶-۲ شناسایی محدودیت‌های زائد و امکان‌ناپذیر
۱۳۰.....	۴-۶-۳ کاهش دامنه محدودیت (یا کاهش ضرایب)
۱۳۲.....	۴-۶-۴ گرد کردن با تقسیم بر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک
۱۳۲.....	۴-۷ تجزیه یک مسئله به مسائل مستقل
۱۳۴.....	۴-۸ مقیاس‌بندی ماتریس ضرایب
۱۳۴.....	۴-۹ تمرین‌های فصل چهارم
۱۳۷.....	فصل پنجم: روش شاخه‌وکران
۱۳۷.....	۵-۱ مقدمه

۱۳۸.....	۲-۵ روش شاخه و کران
۱۴۰.....	۳-۵ مراحل الگوریتم شاخه و کران
۱۴۱.....	۴-۵ مراحل الگوریتم
۱۴۳.....	۵-۵ مثال های روش شاخه و کران
۱۵۹.....	۶-۵ تمرین های فصل پنجم
۱۶۳.....	فصل ششم: روش صفحات برشی
۱۶۳.....	۱-۶ مقدمه
۱۶۳.....	۲-۶ روش صفحه برش گموری
۱۶۵.....	۱-۲-۶ ایجاد محدودیت برشی عدد صحیح محض (کسری)
۱۶۷.....	۲-۲-۶ ایجاد محدودیت برشی عدد صحیح مختلط
۱۶۹.....	۳-۶ معرفی الگوریتم شمارش ضمنی (بالاس)
۱۷۰.....	۱-۳-۶ قواعد شاخه زنی
۱۷۱.....	۲-۳-۶ گام های الگوریتم شمارش ضمنی
۱۷۷.....	۴-۶ تمرین های فصل ششم
۱۸۱.....	فصل هفتم: روش برنامه ریزی پویا
۱۸۱.....	۱-۷ مقدمه
۱۸۲.....	۲-۷ معرفی مسئله کوتاه ترین مسیر (دلیجان)
۱۸۳.....	۳-۷ مشخصه های مسئله برنامه ریزی پویا
۱۹۰.....	۴-۷ به کارگیری برنامه ریزی پویا برای حل برنامه ریزی عدد صحیح
۱۹۲.....	۵-۷ به کارگیری برنامه ریزی پویا برای حل مسائل برنامه ریزی خطی
۱۹۵.....	۶-۷ روش برنامه ریزی پویا برای مسئله زمان بندی تک ماشین
۲۰۰.....	۷-۷ تمرین های فصل هفتم
۲۰۵.....	فصل هشتم: روش شاخه و برش
۲۰۵.....	۱-۸ مقدمه
۲۰۵.....	۲-۸ مفاهیم پایه ای روش شاخه و برش
۲۰۶.....	۱-۲-۸ مراحل الگوریتم شاخه و برش
۲۰۷.....	۲-۲-۸ مراحل الگوریتم شاخه و برش
۲۰۸.....	۳-۲-۸ تولید برش های معتبر و پیش پردازش
۲۰۹.....	۳-۸ نامعادلات معتبر
۲۰۹.....	۱-۳-۸ نامعادلات معتبر برای برنامه ریزی خطی
۲۰۹.....	۲-۳-۸ نامعادلات معتبر برای برنامه ریزی عدد صحیح
۲۱۱.....	۳-۳-۸ انواع نامعادلات معتبر
۲۱۲.....	۴-۸ روش های تولید برش
۲۱۲.....	۱-۴-۸ روش گرد کردن
۲۱۳.....	۲-۴-۸ روش تفکیک

۲۱۵.....	۳-۴-۸ روش برداشتن
۲۱۵.....	۵-۸ تولید برش از مجموعه‌های شامل متغیرهای عددصحیح محض
۲۱۵.....	۱-۵-۸ برش کسری گموری
۲۱۵.....	۲-۵-۸ برش گموری چواتال
۲۱۷.....	۳-۵-۸ برش گردشده عددصحیح محض
۲۱۸.....	۴-۵-۸ برش صحیح تابع هدف
۲۱۸.....	۶-۸ تولید برش از مجموعه‌های شامل متغیرهای عددصحیح مختلط
۲۱۸.....	۱-۶-۸ برش عددصحیح مختلط گموری
۲۲۲.....	۲-۶-۸ برش گردشده عددصحیح مختلط
۲۲۳.....	۷-۸ تولید برش از مجموعه‌های کوله‌پشتی باینری
۲۲۳.....	۱-۷-۸ پوشش کوله‌پشتی
۲۲۴.....	۲-۷-۸ پوشش کوله‌پشتی برداشته‌شده
۲۲۷.....	۳-۷-۸ پوشش حد بالای عمومی (GUB)
۲۲۸.....	۸-۸ تولید برش از مجموعه‌های شامل ضرایب و متغیرهای باینری
۲۳۱.....	۹-۸ تولید برش از مجموعه‌های با ساختارهای ویژه
۲۳۱.....	۱-۹-۸ پوشش جریان‌ی از یک شبکه جریان‌ی هزینه ثابت ساده
۲۳۲.....	۲-۹-۸ مکان‌یابی تسهیلات/کارخانه (حمل و نقل با هزینه ثابت)
۲۳۴.....	۱۰-۸ تمرین‌های فصل هشتم
۲۳۹.....	فصل نهم: روش شاخه‌و‌قیمت (تولید ستون)
۲۳۹.....	۱-۹ مقدمه
۲۴۰.....	۲-۹ مفاهیم پایه‌ای تولید ستون
۲۴۱.....	۳-۹ روش تجزیه دانتزیگ-ولف
۲۵۳.....	۴-۹ مسئله تخصیص تعمیم‌یافته
۲۵۳.....	۱-۴-۹ فرمول قراردادی
۲۵۴.....	۲-۴-۹ به‌کارگیری روش تولید ستون
۲۶۲.....	۵-۹ الگوی شاخه‌زنی در GAP
۲۶۴.....	۶-۹ تأثیر عملیات کاهشی در تولید ستون
۲۶۵.....	۷-۹ رفتار ماشین‌های یکسان
۲۶۶.....	۸-۹ الگوریتم شاخه‌و‌قیمت
۲۶۷.....	۹-۹ کاربردهای دیگر روش شاخه‌و‌قیمت
۲۶۸.....	۱۰-۹ تمرین‌های فصل نهم
۲۷۱.....	فصل دهم: برنامه‌ریزی محدودیتی
۲۷۱.....	۱-۱۰ مقدمه
۲۷۳.....	۲-۱۰ کاربردهای برنامه‌ریزی محدودیتی

- ۳-۱۰ تاریخچه برنامه ریزی محدودیتی ۲۷۴
- ۴-۱۰ اصول کلی برنامه ریزی محدودیتی ۲۷۵
- ۵-۱۰ مدل سازی مسائل برنامه ریزی محدودیتی ۲۷۶
- ۱-۵-۱۰ محدودیت های برنامه ریزی محدودیتی ۲۷۷
- ۲-۵-۱۰ انواع ساختمان داده ها ۲۸۱
- ۶-۱۰ مسائل ارضای محدودیت و هم ارزی ۲۸۲
- ۷-۱۰ مثال هایی از مسائل ارضای محدودیت ۲۸۵
- ۱-۷-۱۰ مسئله رمز ریاضیات ۲۸۶
- ۲-۷-۱۰ مسئله n وزیر ۲۸۸
- ۳-۷-۱۰ معمای گورخر ۲۸۹
- ۴-۷-۱۰ مدار جمع کننده کامل ۲۹۲
- ۸-۱۰ ساختار حل مسائل برنامه ریزی محدودیتی ۲۹۳
- ۱-۸-۱۰ رویه پیس برداش ۲۹۴
- ۲-۸-۱۰ رویه خوشحار ۲۹۵
- ۳-۸-۱۰ اتمیک ۲۹۶
- ۴-۸-۱۰ رویه تجزیه ۲۹۶
- ۵-۸-۱۰ رویه پیشروی بر اساس حالت ها ۲۹۹
- ۶-۸-۱۰ رویه انتشار محدودیت ۳۰۲
- ۱-۶-۸-۱۰ الگوریتم های انتشار محدودیت ۳۰۵
- ۱۰-۹ مثال هایی از به کارگیری رویه ها در حل مسائل ارضای محدودیت ۳۰۷
- ۱-۹-۱۰ محدودیت های باینری ۳۰۷
- ۲-۹-۱۰ محدودیت های چند جمله ای روی بازه های عدد صحیح ۳۰۹
- ۱۰-۱۰ انواع سازگاری ها و فیلتر سازی ها ۳۱۵
- ۱-۱۰-۱۰ سازگاری گره ۳۱۶
- ۲-۱۰-۱۰ سازگاری کمان ۳۱۷
- ۳-۱۰-۱۰ سازگاری فوق کمان ۳۲۳
- ۴-۱۰-۱۰ سازگاری کمان جهت دار ۳۲۴
- ۱۱-۱۰ سازگاری مسیر ۳۲۶
- ۱۲-۱۰ مقایسه برنامه ریزی محدودیتی با تحقیق در عملیات ۳۳۳
- ۱۳-۱۰ ترکیب برنامه ریزی محدودیتی و برنامه ریزی خطی ۳۳۴
- ۱۴-۱۰ مثال هایی از مسائل برنامه ریزی محدودیتی با تابع هدف ۳۳۶
- ۱-۱۴-۱۰ مسئله حمل بار ۳۳۷
- ۲-۱۴-۱۰ مسئله فروشنده دوره گرد ۳۴۱
- ۳-۱۴-۱۰ مسئله بهینه سازی غیر خطی ۳۴۳
- ۴-۱۴-۱۰ مسئله پیکربندی کامپیوتر ۳۴۶

۳۵۲.....	۱۰-۱۴-۵ مسئله زمان بندی کارها روی ماشین های موازی
۳۵۶.....	۱۰-۱۴-۶ مسئله سکه ها
۳۵۷.....	۱۰-۱۴-۷ خط کش گلوب
۳۵۹.....	۱۰-۱۵ تمرین های فصل دهم
۳۶۳.....	فصل یازدهم: پیچیدگی محاسباتی و الگوریتم های تقریب
۳۶۳.....	۱۱-۱ مقدمه
۳۶۴.....	۱۱-۲ تحلیل الگوریتم ها
۳۶۵.....	۱۱-۳ زمان چند جمله ای و شبه چند جمله ای
۳۶۶.....	۱۱-۴ نمایش پیچیدگی
۳۶۸.....	۱۱-۵ استفاده از حد برای تعیین پیچیدگی
۳۶۸.....	۱۱-۶ ترتیب
۳۷۰.....	۱۱-۷ مسئله تصمیم و کنترل ناپذیری
۳۷۰.....	۱۱-۸ کلاس های پیچیدگی
۳۷۵.....	۱۱-۹ مسائل بهینه سازی ترکیبیاتی
۳۷۶.....	۱۱-۱۰ تحلیل پیچیدگی مسئله زمان بندی $1 r_j T_{max}$
۳۷۹.....	۱۱-۱۱ تحلیل پیچیدگی مسئله $1, h1 F_{max}$
۳۸۲.....	۱۱-۱۲ تقریب پذیری و الگوریتم های تقریب
۳۸۵.....	۱۱-۱۳ تاریخچه الگوریتم های تقریب
۳۸۶.....	۱۱-۱۴ روش های تولید الگوریتم های تقریب
۳۸۸.....	۱۱-۱۴-۱ ساختار دادن به ورودی
۳۸۹.....	۱۱-۱۴-۲ ساختار دادن به خروجی
۳۹۱.....	۱۱-۱۴-۳ ساختار دادن به اجرای الگوریتم
۳۹۴.....	۱۱-۱۵ مسئله کوله پشتی
۳۹۵.....	۱۱-۱۵-۱ الگوریتم برنامه ریزی پویا
۳۹۶.....	۱۱-۱۵-۲ الگوریتم FPTAS
۳۹۸.....	۱۱-۱۶ مسئله دیرکرد وزن دار روی تک ماشین
۳۹۹.....	۱۱-۱۶-۱ الگوریتم برنامه ریزی پویا
۴۰۱.....	۱۱-۱۶-۲ الگوریتم FPTAS
۴۰۱.....	۱۱-۱۶-۳ پیچیدگی و آزمون حد بدترین حالت الگوریتم
۴۰۴.....	۱۱-۱۷ مسئله دیرکرد وزن دار اریب روی تک ماشین
۴۰۶.....	۱۱-۱۷-۱ الگوریتم تقریب SPT
۴۰۸.....	۱۱-۱۷-۲ الگوریتم برنامه ریزی پویا
۴۱۱.....	۱۱-۱۷-۳ الگوریتم FPTAS
۴۱۲.....	۱۱-۱۷-۳-۱ آزمون حد بدترین حالت الگوریتم FPTAS3

۴۱۴.....	۱۱-۱۷-۳-۲ پیچیدگی الگوریتم FPTAS3
۴۱۵.....	۱۱-۱۸ تمرین های فصل یازدهم
۴۱۹.....	فصل دوازدهم: معرفی نرم افزارهای حل مسائل بهینه سازی
۴۱۹.....	۱۲-۱ مقدمه
۴۲۰.....	۱۲-۲ نرم افزار GAMS
۴۲۰.....	۱۲-۲-۱ معرفی نرم افزار گمز
۴۲۱.....	۱۲-۲-۲ معرفی دستورهای مدل سازی نرم افزار گمز
۴۲۵.....	۱۲-۲-۳ تنظیمات اصلی نرم افزار
۴۲۷.....	۱۲-۲-۴ مدل سازی مثال زمان بندی عملیات در محیط گمز
۴۳۱.....	۱۲-۲-۵ تنظیمات کاربردی نرم افزار گمز
۴۴۱.....	۱۲-۳ نرم افزار MATLAB
۴۴۳.....	۱۲-۳-۱ کدنویسی مسائل برنامه ریزی خطی و عدد صحیح
۴۴۷.....	۱۲-۳-۲ مدل سازی مثال زمان بندی عملیات در محیط متلب
۴۵۲.....	۱۲-۴ نرم افزار EXCEL
۴۵۲.....	۱۲-۴-۱ فعال سازی افزونه
۴۵۴.....	۱۲-۴-۲ محیط ابزار
۴۵۷.....	۱۲-۴-۳ مثال حل معادله درجه ۲
۴۵۹.....	۱۲-۴-۴ مدل سازی مثال زمان بندی تک ماشین در محیط اکسل
۴۶۴.....	۱۲-۴-۵ سایر تنظیمات کاربردی نرم افزار اکسل
۴۶۸.....	۱۲-۵ نرم افزار IBM ILOG CPLEX
۴۶۸.....	۱۲-۵-۱ مقدمه ای بر نرم افزار IBM ILOG CPLEX
۴۶۹.....	۱۲-۵-۲ زبان های قابل استفاده در CPLEX IDE
۴۷۰.....	۱۲-۵-۲-۱ زبان برنامه نویسی بهینه سازی OPL
۴۷۰.....	۱۲-۵-۲-۲ زبان اسکریپت نویسی
۴۷۰.....	۱۲-۵-۲ کلیدواژه ها و دستورهای پرکاربرد
۴۷۳.....	۱۲-۵-۳ آشنایی با محیط CPLEX IDE
۴۷۳.....	۱۲-۵-۴ مدل سازی مثال زمان بندی عملیات در محیط ILOG
۴۸۰.....	۱۲-۵-۵ مدل سازی مثال توالی عملیات در محیط IBM ILOG
۴۸۴.....	۱۲-۵-۶ ارتباط IBM ILOG CPLEX با اکسل
۴۸۶.....	۱۲-۵-۷ استفاده از Flow Control
۴۸۷.....	۸-۵-۱۲-۱ فراخوانی و حل پروژه در Flow Control
۴۸۷.....	۸-۵-۱۲-۲ حل تکرار شونده در Flow Control
۴۸۹.....	۱۲-۵-۸ تنظیمات کاربردی نرم افزار
۴۹۷.....	۱۲-۶ نرم افزار LINGO
۴۹۷.....	۱۲-۶-۱ معرفی اولیه نرم افزار

۴۹۷.....	۱۲-۶-۲ صفحه اصلی نرم افزار
۴۹۸.....	۱۲-۶-۳ ساخت مدل جدید
۴۹۹.....	۱۲-۶-۴ عبارات ریاضی
۵۰۰.....	۱۲-۶-۵ عبارات شرطی
۵۰۰.....	۱۲-۶-۶ مجموعه ها
۵۰۲.....	۱۲-۶-۷ داده های ورودی به مدل
۵۰۳.....	۱۲-۶-۸ توابع در نرم افزار لینگو
۵۰۴.....	۱۲-۶-۹ سایر ابزارهای نرم افزار Lingo
۵۰۹.....	۱۲-۶-۱۰ مدل سازی مثال زمان بندی عملیات در محیط لینگو
۵۱۲.....	۱۲-۶-۱۱ تنظیمات کاربردی نرم افزار لینگو
۵۱۹.....	۱۲-۷ نرم افزار AIMMS
۵۲۱.....	۱۲-۷-۱ ساخت پروژه جدید
۵۳۲.....	۱۲-۷-۲ مدل سازی مثال توالی عملیات در محیط AIMMS
۵۳۷.....	۱۲-۷-۳ تنظیمات کاربردی نرم افزار AIMMS
۵۴۰.....	۱۲-۸ تمرین های فصل دوازدهم
۵۴۹.....	سخن آخر
۵۵۳.....	منابع
۵۵۷.....	واژه نامه فارسی به انگلیسی
۵۶۳.....	واژه نامه انگلیسی به فارسی

انتشارات دانشگاه اصفهان

فصل اول

مروری بر مفاهیم پایه

۱-۱ مقدمه

برای تحلیل مسائل دنیای واقعی، انواع مختلفی از مدل‌سازی‌ها مانند مدل‌های شمایی^۱، قیاسی^۲ و نمادین^۳ طراحی شده است. از این میان، مدل‌های شمایی دارای کمترین درجه انتزاع و بیشترین شباهت به مسئله اصلی هستند و در مدل‌های نمادین، از بیشترین درجه انتزاع استفاده شده است.

در مدل‌های نمادین یا ریاضی، برای نشان دادن متغیرها و ارتباط بین آن‌ها از حروف، اعداد و نمادهای دیگر استفاده می‌شود و در نتیجه، این نوع مدل‌ها عمومی‌تر و متنوع‌تر از مدل‌های دیگر هستند. این مدل‌ها معمولاً بیشترین قابلیت دستکاری را دارند و هزینه و زمان تولید آن‌ها کمتر از سایر مدل‌هاست. از جمله انواع مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی، مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح محض و عدد صحیح مختلط هستند که در این کتاب بررسی خواهند شد. به منظور درک بهتر مفاهیم ریاضی در فصل‌های آتی، در اینجا برخی از مفاهیم پایه و نمادهای ریاضی مربوطه تعریف می‌شوند. در این فصل، درباره مباحث پایه‌ای نظیر مفاهیم تحقیق در عملیات، جبر خطی، انواع مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی و مفاهیم هندسی که برای درک مسائل، مدل‌ها و روش‌های حل‌شان ضروری است، بحث خواهد شد. همچنین، برخی نمادهای به‌کاررفته در سایر فصل‌های کتاب معرفی می‌شود.

¹ iconic model

² analogous model

³ symbolic model

۲-۱ تحقیق در عملیات^۱

تحقیق در عملیات رویکردی علمی است که به دنبال حل مسائل و کمک به تصمیم گیری بهتر است. تحقیق در عملیات بر مجموعه ای از فنون ریاضی تأکید دارد؛ اما چیزی بیش از مجموعه ای از فنون ریاضی است. این علم نیز همانند سایر علوم، با مسائل و مشکلات به طریق منطقی برخورد می کند. نگاه تحقیق در عملیات به مسائل مدیریتی، نگاهی نظام مند و منطقی است. تحلیلگران تحقیق در عملیات معمولاً با مسائل جدیدی مواجه می شوند و باید تشخیص دهند که کدام یک از روش ها بیشتر با ساختار سیستم، اهداف بهبود و قیدهای زمانی و توان محاسباتی منطبق است.

۱-۲-۱ تاریخچه تحقیق در عملیات

برنامه ریزان برای تعریف فرآیند عملیات و تخصیص منابع به طور سنتی از واژه برنامه ریزی استفاده می کنند. در دهه ۱۹۴۰، پژوهشگران دریافتند که می توان با حل مسائل بهینه سازی شامل محدودیت های خطی و اهداف خطی، به این فرآیند کمک نمود؛ که در نتیجه، اصطلاح «برنامه ریزی خطی» ظهور کرد. انگیزه های اولیه در خصوص علم تحقیق در عملیات، در چارچوب مسائل برنامه ریزی نظامی جنگ جهانی دوم به وجود آمد. در سال ۱۹۴۷، دانتزیگ^۲ الگوریتمی به نام سیمپلکس پیشنهاد داد که حل مسائل برنامه ریزی خطی را عملی می کرد و دوره ای از فعالیت های زیاد را به دنبال داشت؛ طی این دوره، بسیاری از مسائل مهم در حمل و نقل، اقتصاد، عملیات نظامی، برنامه ریزی و غیره در چارچوب این الگوریتم مطرح و حل شدند. از آن زمان، فناوری رایانه به سرعت پیشرفت کرده و دامنه کاربردها گسترش یافته است، روش های قدرتمند جدیدی طراحی شده اند و درک ریاضی عمیق تر و جامع تر شده است. توسعه روش سیمپلکس به دست دانتزیگ، نقطه عطفی در تاریخ این رشته بود؛ زیرا در زمانی محقق شد که نیازهای عملی رو به افزایش بودند و پیشرفت های زیادی در فناوری محاسبات حاصل آمده بود. البته شایان ذکر است که اقدامات اولیه به سال ۱۸۲۴ برمی گردد؛ زمانی که فوریه^۳ الگوریتمی برای حل دستگاه نابرابر خطی ایجاد کرده بود. روش فوریه کارایی به شدت کمتری نسبت به روش سیمپلکس دارد؛ اما این موضوع در آن زمان مطرح نبود. در سال های بعد نیز روش های دیگری ایجاد و توسعه داده شدند. در اواخر دهه ۱۹۳۰،

¹ operations research² George Dantzig³ Joseph Fourier

کانتوروویچ^۱، ریاضی‌دان شوروی، به مسائل مربوط به تخصیص بهینه منابع در اقتصاد برنامه‌ریزی‌شده متمرکز علاقه‌مند شد. وی فرمول‌های برنامه‌ریزی خطی و روش حل برای این مسائل ارائه نمود؛ اما کارش در آن زمان چندان شناخته نشد. تقریباً در همان زمان، چندین مدل اقتصادی دیگر نیز مطالعه و اصلاح شدند؛ این مطالعات منجر به فرمول‌بندی‌هایی شد که نزدیک به برنامه‌ریزی خطی بودند.

در دوره ۱۸۷۰-۱۹۳۰، بسیاری از ریاضی‌دانان برجسته به مطالعه نظری ساختارهای ریاضیاتی زیربنای برنامه‌ریزی خطی پرداختند. همچنین، در سال ۱۹۲۸، فون نویمان^۲ نتایجی در نظریه بازی ارائه داد که بعداً ثابت شد ارتباطاتی قوی با ساختار برنامه‌ریزی خطی دارد.

پس از کار دانتزیگ در ارائه روش سیمپلکس، تحقیقات زیاد و مهمی در زمینه‌هایی مانند بهینه‌سازی در مقیاس بزرگ، بهینه‌سازی شبکه، روش‌های نقطه داخلی، برنامه‌ریزی اعداد صحیح و نظریه پیچیدگی انجام شده است.

۱-۲-۲ انواع مسائل تحقیق در عملیات

مدل‌های تحقیق در عملیات با همه تنوعشان در این چند دسته جای می‌گیرند:

- مدل خطی در برابر مدل غیرخطی

مدل خطی، مدلی است که در آن تابع هدف و تمام محدودیت‌ها نسبت به متغیرهای تصمیم، خطی باشند؛ یعنی متغیرها فقط با توان یک ظاهر شوند و حاصل ضرب، تقسیم یا توابع غیرخطی از متغیرها وجود نداشته باشد. در غیراین صورت، مدل غیرخطی است. برای مثال، مدلی که شامل توان‌های بالاتر از یک، حاصل ضرب متغیرها، توابع نمایی، لگاریتمی و یا مثلثاتی روی متغیرهای تصمیم باشد از نوع غیرخطی خواهد بود.

- مدل قطعی در برابر مدل غیرقطعی (تصادفی)

در مدل قطعی، مقدار پارامترها قطعی هستند؛ ولی در مدل غیرقطعی، مقدار پارامترهای مدل تصادفی خواهند بود. مدل قطعی زمانی مناسب است که کلیه عوامل شناخته‌شده باشند. این مدل برای آزمون امکان‌سنجی استفاده می‌شود. سیستمی که به روش تصادفی پیاده‌سازی شده باشد بهتر است؛ زیرا خروجی تصادفی‌ای که به واقعیت نزدیک است تولید می‌کند.

¹ Leonid Kantorovich

² Von Neumann

- مدل ایستا در برابر مدل پویا

مدل ایستا مدلی است که متغیرهای تصمیم آن شامل توالی تصمیمات در دوره های متعدد نمی شوند؛ در حالی که متغیرهای تصمیم در مدل پویا شامل توالی تصمیمات در دوره های متعدد هستند. اساساً در مدل های ایستا، مسئله را با تصویری مقطعی حل می کنیم که راه حل هایش مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم گیری را در تمام نقاط زمان تجویز می کنند. مدل پویا وابسته به زمان است و به وضعیت سیستم در زمان بستگی دارد؛ در صورتی که مدل ایستا طی زمان تغییر نمی کند.

- مدل گسسته در برابر مدل پیوسته

در مدل گسسته، رفتار اشیا به صورت گسسته است؛ در صورتی که در مدل پیوسته، همانند درجه دما، به صورت پیوسته است. به عنوان مثال اگر در یک مدل از متغیرهای باینری و یا عدد صحیح استفاده شده باشد می گوئیم مدل از نوع گسسته است و اگر تمام متغیرهای تصمیم در مدل از نوع حقیقی باشند آنگاه مدل نیز پیوسته خواهد بود.

۱-۲-۳ برنامه ریزی ریاضی

برنامه ریزی ریاضی یکی از ابزارهای علم تحقیق در عملیات است که تحت محدودیت های مختلف در راستای بهینه سازی اهداف و در قالب مدل و روابط ریاضی طراحی می شوند. مدل های ریاضی و الگوریتم های بهینه سازی، بسته به نوع متغیرها و روابط حاکم بر آنها، به انواع مختلفی طبقه بندی می شوند. برخی از مهم ترین این مدل ها به شرح زیر است:

برنامه ریزی خطی^۱ (LP): متغیرها پیوسته و روابط مدل خطی است.

برنامه ریزی خطی باینری^۲ (BLP): متغیرها از نوع باینری و روابط مدل خطی است.

برنامه ریزی عدد صحیح خالص^۳ (IP): تمامی متغیرها عدد صحیح و روابط مدل خطی است.

برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط^۴ (MIP): برخی متغیرها عدد صحیح و برخی پیوسته و روابط حاکم بر متغیرها از نوع خطی هستند. این نوع مدل سازی دارای کاربردهای گسترده تری به نسبت سایر رویکردها است.

¹ Linear Programming

² Binary Linear Programming

³ Integer Programming

⁴ Mixed Integer Programming

برنامه‌ریزی غیرخطی عددصحیح مختلط^۱ (MINLP): برخی متغیرها عددصحیح و برخی پیوسته‌اند، اما روابط موجود بین متغیرها از نوع غیرخطی هستند. از مهم‌ترین مدل‌هایی که در دسته این نوع مدل‌ها جای می‌گیرند، می‌توان به مدل‌های درجه دوم^۲ (QP) اشاره نمود.

۴-۲-۱ برنامه‌ریزی محدودیتی

برنامه‌ریزی محدودیتی^۳ دارای ویژگی‌های متفاوتی نسبت به برنامه‌ریزی ریاضی است. برنامه‌ریزی محدودیتی بر مبنای انتشار محدودیت به دنبال جواب‌های شدنی و سپس کاهش دامنه متغیرها تا یافتن جواب بهینه است. هر کدام از روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی و برنامه‌ریزی محدودیتی دارای مزیت‌هایی نسبت به یکدیگرند؛ برای مثال، گستره روابط و محدودیت‌هایی که در مدل برنامه‌ریزی محدودیتی استفاده می‌شوند، بیشتر از مدل برنامه‌ریزی ریاضی است؛ همچنین، در برنامه‌ریزی محدودیتی یک رویکرد و ادبیات مخصوص و کمابیش کارا برای مسائل زمان‌بندی و توالی عملیات ارائه شده است که سبب شده این رویکرد برای استفاده در این نوع مسائل جالب توجه باشد. البته به‌رغم مزیت‌ها، نقطه‌ضعف‌هایی هم برای این روش وجود دارد. برای مثال، مدل‌های برنامه‌ریزی محدودیتی عمدتاً برای متغیرهای گسسته و دامنه‌های متناهی از آنها توسعه یافته‌اند. همچنین، در این رویکرد، مفاهیم تحلیل حساسیت‌هایی مانند شبه‌قیمت و متغیرهای دوگانه که برای تصمیم‌گیری ارزشمند هستند قابل‌تعریف نیست. از این رو، در سال‌های اخیر توجه پژوهشگران به استفاده از مزیت‌های هر دو روش، مدل‌های ترکیبی برنامه‌ریزی ریاضی و برنامه‌ریزی محدودیتی جلب شده است. روش برنامه‌ریزی محدودیتی به‌صورت کامل در فصل دهم کتاب بررسی خواهد شد.

۵-۲-۱ گام‌های مدل‌سازی

هنگامی که از تحقیق در عملیات برای حل مسئله‌ای استفاده می‌شود، بهتر است هفت مرحله زیر برای ساخت دنبال شود:

مرحله ۱ (تعیین مسئله): محقق باید ابتدا مشکل و مسئله را تعریف کند. تعریف مسئله شامل مشخص کردن اهداف و بخش‌هایی از فرآیند است که قبل از حل مسئله باید مطالعه شوند.

¹ Mixed Integer Nonlinear Programming

² Quadratic Programming

³ Constraint Programming

مرحله ۲ (مشاهده سیستم): در مرحله بعد، محقق داده‌ها را جمع‌آوری می‌کند تا مقدار پارامترهایی را که بر مسئله تأثیر می‌گذارند، تخمین بزند. این برآوردها برای توسعه (در مرحله ۳) و ارزیابی (در مرحله ۴) مدل ریاضی مسئله استفاده می‌شود.

مرحله ۳ (فرمول‌بندی یک مدل ریاضی): در این مرحله محقق یک مدل ریاضی از مسئله ایجاد می‌کند.

مرحله ۴ (بررسی مدل و استفاده از آن برای پیش‌بینی): اکنون باید تعیین شود که آیا مدل ریاضی توسعه‌یافته در مرحله ۳ بازنمایی دقیق واقعیت است یا خیر. حتی اگر مدلی برای شرایط فعلی معتبر باشد، باید از مواردی که در آن اعمال نشده است آگاه باشیم تا در صورت اضافه‌شدن شرایط و محدودیت‌های جدید، بتوانیم مدل را توسعه یا تغییر دهیم.

مرحله ۵ (انتخاب یک جایگزین مناسب): با توجه به نتایج مدل و مجموعه‌ای از گزینه‌ها، راه‌حلی انتخاب می‌شود که به بهترین نحو اهداف را برآورده کند.

مرحله ۶ (ارائه نتایج مطالعه): در این مرحله، مدل و توصیه‌های به‌دست‌آمده از مرحله ۵، به افراد یا گروه تصمیم‌گیر ارائه می‌شود. در برخی شرایط، ممکن است چندین جایگزین ارائه شود تا تصمیم‌گیر یکی را انتخاب کند که به بهترین شکل نیازهایش را برآورده کند. پس از ارائه نتایج مطالعه تحقیق در عملیات، تحلیلگر ممکن است متوجه شود که سازمان این توصیه را تأیید نمی‌کند. این ممکن است ناشی از تعریف نادرست مسائل یا مشارکت نکردن تصمیم‌گیرنده از ابتدای پروژه باشد. در این صورت، محقق عملیات باید به مرحله ۱، ۲ یا ۳ بازگردد.

مرحله ۷ (اجرا و ارزیابی پیشنهادها): اگر سازمان مطالعه را پذیرفته باشد، تحلیلگر به پیاده‌سازی توصیه‌ها کمک می‌کند. سیستم باید دائماً نظارت شود و تا حد امکان با تغییر شرایط به‌صورت پویا به‌روز شود تا اطمینان حاصل آید که پیشنهادها سازمان را قادر می‌سازد به اهداف خود دست یابد.

۳-۱ مروری بر مفاهیم ریاضی

در این فصل، به بررسی برخی مفاهیم ریاضی از جمله جبرخطی می‌پردازیم که در ادامه کتاب لازم خواهد بود. جبر خطی شاخه‌ای از ریاضیات است که به بررسی و مطالعه بردارها، ماتریس‌ها و فضاهای برداری می‌پردازد.